$$\Rightarrow \begin{cases} Z_{\overrightarrow{M_1M'}} = z' - \bar{z} = \dfrac{z(\bar{z}-1)}{z-1} - \bar{z} = \dfrac{z\bar{z} - z - z\bar{z} + \bar{z}}{z-1} = \dfrac{\bar{z}-z}{z-1} \\ Z_{\overrightarrow{AM_1}} = \bar{z} - 1 \end{cases}$$

D'où $\dfrac{Z_{\overrightarrow{M_1M'}}}{Z_{\overrightarrow{AM_1}}} = \dfrac{\frac{\bar{z}-z}{z-1}}{\bar{z}-1} = \dfrac{\bar{z}-z}{(z-1)(\bar{z}-1)} = \dfrac{\bar{z}-z}{|z-1|^2}$.

$\dfrac{Z_{\overrightarrow{M_1M'}}}{Z_{\overrightarrow{AM_1}}} = \dfrac{\bar{z}-z}{|z-1|^2} = \dfrac{-2i\,\mathrm{Im}(z)}{|z-1|^2} \in (i\mathbb{R})$

$\Rightarrow$ les vecteurs $\overrightarrow{M_1M'}$ et $\overrightarrow{AM_1}$ sont orthogonaux.

b- Soit M(z) un point du plan privé de (AB) et de $\zeta_{(O;1)}$

$$\Rightarrow \begin{cases} M' \neq M & \text{car } M \notin (AB) \\ M' \neq B & \text{car } M \notin \zeta_{(O;1)} \end{cases}$$

$\dfrac{Z_{\overrightarrow{M_1M'}}}{Z_{\overrightarrow{BM'}}} = \dfrac{\frac{\bar{z}-z}{z-1}}{z'+1} = \dfrac{\bar{z}-z}{z-1}\left(\dfrac{1}{\frac{z(\bar{z}-1)}{z-1}+1}\right)$

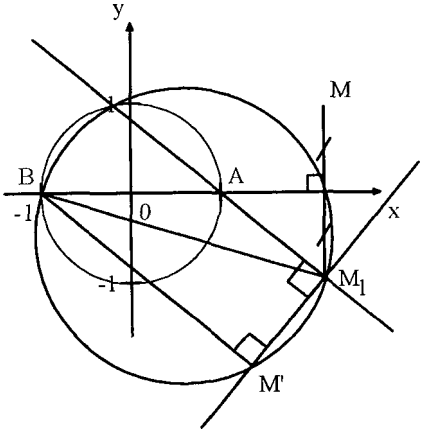
$= \dfrac{\bar{z}-z}{z-1} \times \dfrac{z-1}{z\bar{z}-z+z-1} = \dfrac{\bar{z}-z}{z\bar{z}-1} \in (i\mathbb{R})$ car $z\bar{z} = |z|^2$

$\Rightarrow$ les vecteurs $\overrightarrow{M_1M'}$ et $\overrightarrow{BM'}$ sont orthogonaux.

c- • $\overrightarrow{M_1M'}$ et $\overrightarrow{AM_1}$ sont orthogonaux

$\Rightarrow$ M′ appartient à la droite perpendiculaire à (AM_1) en M_1.

• $\overrightarrow{M_1M'}$ et $\overrightarrow{BM'}$ sont orthogonaux

$\Rightarrow$ M′ appartient à au cercle de diametre $[M_1B]$

D'où la construction de M' pour M un point du plan.